Capítulo 14
CALCULOS INESPERADOS

1. El vaso de guisantes
Usted habrá visto más de una vez guisantes y habrá tenido en sus manos vasos con mucha frecuencia. Por lo tanto, conocerá bien las dimensiones de unos y otros. Pues, figúrese un vaso lleno hasta arriba de guisantes secos y que estos guisantes se ensartan como cuentas en un hilo. Si este hilo, con los guisantes, se extiende, qué longitud tendrá?

2. El agua y el vino
En una botella hay un litro de vino, y en otra, un litro de agua. De la primera a la segunda se transvasa una cucharada de vino y, después, de la segunda a la primera se transvasa una cucharada de la mezcla obtenida.
¿Qué hay ahora más, agua en la primera botella o vino en la segunda?

3. El dado
He aquí un dado (fig. 216), es decir, un pequeño cubo en cuyas caras van marcados puntos desde 1 hasta 6.

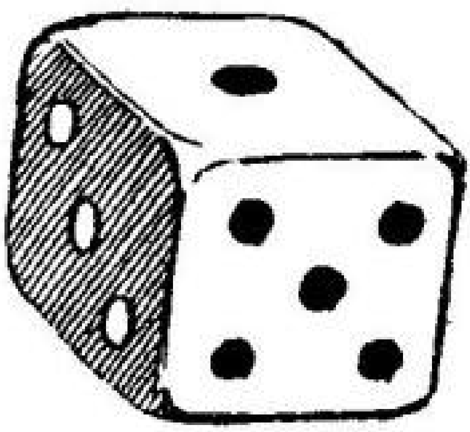

Figura 216

Pedro apuesta a que, si echa cuatro veces seguidas el dado, una de estas cuatro veces caerá con un punto solo hacia arriba.
Vladimiro, en cambio, asegura que el punto solo no saldrá en ninguna de las cuatro jugadas o que, si sale, será más de una vez.
¿Quién tiene más probabilidades de ganar?

4. La cerradura Yale
Aunque esta cerradura se usa desde hace ya mucho tiempo (porque fue inventada en el año 1865), son aún pocos los que conocen su estructura. Por esto se oyen con frecuencia manifestaciones de duda acerca de que pueda existir un gran número de cerraduras de este tipo y de llaves para ellas.

Sin embargo, basta conocer el ingenioso mecanismo de estas cerraduras para convencerse de que es posible diversificarlas en alto grado.

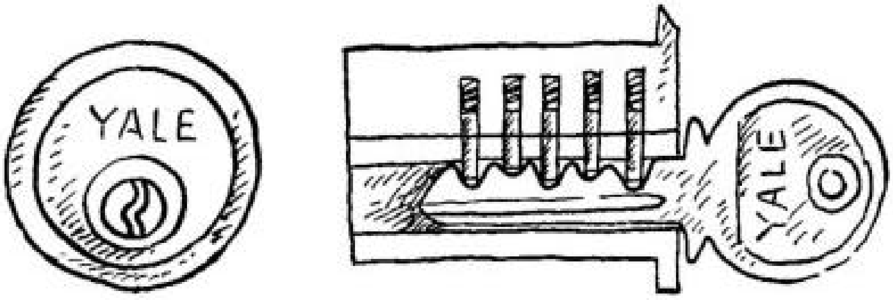

Figura 217

En la fig. 217, a la izquierda, se ve la parte «frontal» de la cerradura Yale. El nombre de esta cerradura es el de su inventor, el cerrajero norteamericano Limus Yale. Alrededor del ojo de la cerradura se observa un pequeño círculo: esta es la base del tambor, que pasa a través de toda la cerradura. El problema de abrir la cerradura consiste en hacer girar este tambor, pero aquí está precisamente la dificultad. El tambor se mantiene en una posición determinada por medio de cinco tumbadores o clavijas de acero (fig. 217, a la derecha). Cada una de estas clavijas está cortada en dos y hasta que no se colocan de manera que todos estos cortes coinciden con la línea de contacto entre el tambor y el cilindro, es imposible conseguir que aquél gire.
Esta colocación se le da a las clavijas con una llave que tiene en su borde los salientes adecuados. Basta meter la llave, para que los tumbadores ocupen la única posición que hace posible la apertura de la cerradura.
Ahora es fácil comprender que el número de distintas cerraduras de este tipo puede ser realmente muy grande. Este número depende de la cantidad de procedimientos por que puede cortarse en dos cada clavija. En la práctica, esta cantidad, como es lógico, no es infinita, peros! muy grande. Suponga, por ejemplo, que cada clavija se puede cortar en dos partes sólo por 10 procedimientos e intente calcular cuántas cerraduras diferentes, de este tipo, se pueden hacer con esta condición.

5. ¿Cuántos retratos?

Dibuje un retrato en un cartón y córtelo en tiras. Supongamos que lo corta en nueve tiras. Si sabe dibujar un poco, no le será difícil hacer otras tiras con las imágenes de las diversas partes de la cara, pero de tal modo, que dos tiras contiguas, aunque pertenezcan a diferentes retratos, puedan aplicarse la una a la otra sin que se note discontinuidad en los trazos. Si para cada parte de la cara hace usted cuatro tiras diferentes[1], tendrá 36 tiras, con las cuales, juntándolas de nueve en nueve, podrá formar diversos retratos.

[1] Lo más cómodo es pegarlas en las cuatro caras de unos tarugos, en forma de prisma cuadrangular regular.

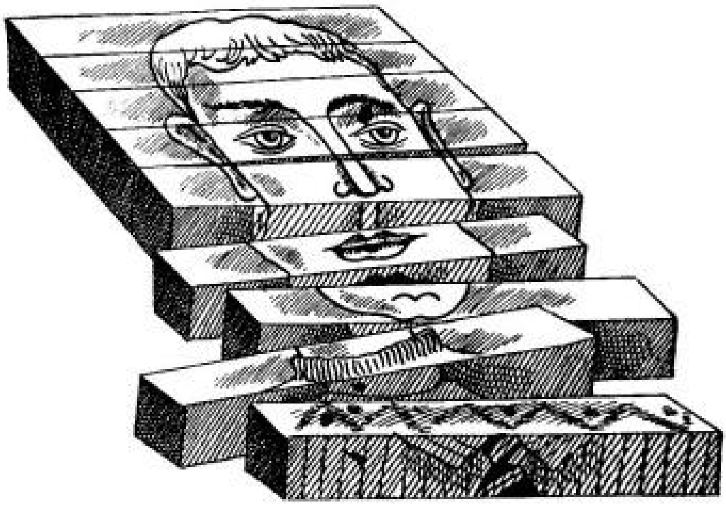

Figura 218

En los almacenes, donde en un tiempo se vendían juegos de tiras (o tarugos) para componer retratos (fig. 218), decían los dependientes que con las 36 tiras se podían obtener mil fisonomías distintas.
¿Es esto cierto?

6. Las hojas del árbol
Si a un árbol viejo cualquiera, por ejemplo, a un tilo, se le arrancan todas las hojas y se ponen unas al lado de otras, sin intervalos, ¿qué longitud aproximada tendrá la fila que forman? Bastará para rodear con ella una casa grande?

7. En el ábaco
Es indudable que usted sabrá contar en el ábaco y que comprenderá lo fácil que es marcar en él 25 rublos.
Pero el problema se complica si le ponen la condición de que mueva no siete bolas, como se hace de ordinario, sino 25 bolas.
En efecto, haga usted la prueba de marcar en el ábaco la suma de 25 rublos, desplazando 25 bolas exactamente.
En la práctica, claro está, esto no se hace nunca, pero el problema tiene solución y la respuesta es bastante interesante.

8. Un millón de pasos
Usted sabe perfectamente lo que es un millón y también lo que es la longitud de un paso suyo. Si esto es así, no le será difícil responder a la siguiente pregunta: ¿A qué distancia se alejará si da un millón de pasos, a más de 10 kilómetros o a menos?

9. El metro cúbico
En una escuela preguntó el maestro: ¿qué altura tendría la columna que se formara, si se pusieran uno encima de otro todos los milímetros cúbicos que contiene un metro cúbico?
-Sería más alta que la torre Eiffel (300 metros) - exclamó uno de los alumnos.
- Y más alta que el Mont Blanc (5 kilómetros) -agregó otro.

¿Cuál de los dos se equivocó más?

10. ¿Quién contó más?
Dos personas contaron durante una hora todos los transeúntes que pasaron junto a ellos por la acera. Una los contaba desde la puerta de su casa, y la otra, yendo y viniendo por la acera. ¿Quién contó más transeúntes?

SOLUCIONES

1. El vaso de guisantes
Si resolviéramos este problema a ojo, es seguro que cometeríamos una gran equivocación. Hay que hacer un cálculo, aunque sólo sea aproximado.
El diámetro de un guisante seco tiene cerca de 1/2, centímetro. En un centímetro cúbico caben, por lo menos, 2 * 2 * 2 = 8 guisantes (empaquetados densamente caben más). En un vaso, cuya capacidad sea de 250 cm^3, el número de guisantes será, por lo menos de 8 * 250 = 2000. Insertados en un hilo se extenderán 1/2, * 2000 = 1000 cm, es decir, 10 m.

2. E1 agua y el vino
Al resolver este problema es fácil confundirse si no se tiene en cuenta que el volumen de los líquidos que hay en las botellas después de los transvases es igual al inicial, es decir, a 1 litro. Aclarado esto, razonaremos como sigue. Supongamos que, después de hacer el trasiego, en la segunda botella hay n cm^3 de vino y, por lo tanto, (1000-n) cm^3 de agua. ¿Adónde fueron a parar los n cm^3 de agua que faltan? Es evidente que deberán estar en la primera botella. Por consiguiente, después de hacer el transvase, en el vino hay tanta agua como en el agua vino.

3. El dado
Si el dado se lanza cuatro veces, el número total de las posiciones que puede tomar es igual a 6 * 6 * 6 * 6 = 1296. Supongamos que la primera jugada ya se ha hecho y que ha salido un solo punto. En este caso, en todas las demás tiradas, el número total de las posiciones que le convienen a Pedro, es decir, en que salga cualquier número de puntos que no sea uno, será 5 * 5 * 5 = 125. Del mismo modo serán posibles, cada vez, 125 posiciones favorables para Pedro, si el único punto sale solamente en la segunda tirada, solamente en la tercera o solamente en la cuarta. Así, pues, existen 125 + 125 + 125 + 125 = 5 000 posibilidades distintas de que el punto único salga una y sólo una vez cuando e1 dado se lanza cuatro veces. En cambio, existen 1296 - 500 = 796 posibilidades adversas, ya que todos los demás casos son desfavorables.
Vemos, por lo tanto, que Vladimiro tiene más posibilidades de ganar que Pedro: 796 contra 500.

4. La cerradura Yale
No es difícil calcular que el número de cerraduras diferentes es igual a 10 * 10 * 10 * 10 * 10 = 100 000.
Cada una de estas 100 000 cerraduras tiene su llave correspondiente, única con que aquélla puede abrirse. La existencia de 100 mil cerraduras y llaves distintas constituye una garantía suficiente para el poseedor de una de ellas, ya que el que quisiera penetrar en su domicilio, valiéndose de otra llave, sólo tendría una probabilidad de la 100 mil de hallar la necesaria.
Nuestro cálculo ha sido al buen tuntún: lo hemos hecho suponiendo que cada clavija de la cerradura puede dividirse en dos partes sólo por diez procedimientos. En realidad es probable que

pueda hacerse de más maneras, con lo que la cantidad de cerraduras diferentes aumenta considerablemente. De aquí se deduce la ventaja de este tipo de cerradura (si está bien hecha) frente a las ordinarias, entre las cuales, en cada docena hay una o dos iguales.

5. ¿Cuántos retratos?

El número de retratos es mucho mayor que mil. Se pueden contar del modo siguiente.
Designemos las nueve partes de los retratos por las cifras romanas I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII y IX; para cada parte tenemos cuatro tiras, que numeraremos con las cifras árabes 1, 2, 3 y 4.
Tomamos la tira I, 1. A ella podemos aplicarle las II, 1; II, 2; II, 3 y II, 4.
Por consiguiente, aquí pueden hacerse cuatro combinaciones. Pero como la parte I de la cabeza puede representarse por cuatro tiras (I1; I2; I3 y I4) y cada una de ellas puede acoplarse a la parte II por cuatro procedimientos distintos, resulta que las dos partes superiores de la cabeza I y II pueden unirse de 4 * 4 = 16 modos diferentes.
A cada una de estas 16 colocaciones se le puede adosar la parte III de cuatro maneras III, 1; III, 2; III, 3 y III, 4); por lo tanto, las tres primeras partes de la fisonomía pueden combinarse de 16 * 4 = 64 modos distintos.
De la misma manera llegaremos a saber que las partes I, II, III y IV pueden disponerse de 64 * 4 = 256 formas diversas; las partes I, II, III, IV y V, de 1024; las I, II, III, IV, V y VI, de 4096, y así sucesivamente. Y finalmente las nueve partes del retrato se pueden agrupar por 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4, es decir, 262144 procedimientos.
Así, pues, con nuestros nueve tarugos se pueden componer no 1000, sino más de un cuarto de millón de retratos diferentes.
Este problema es bastante aleccionador: por él podemos comprender la causa de que sea tan difícil encontrar dos personas que tengan las mismas facciones. Ya en las «Enseñanzas» de Monomaj[2] se expresa admiración por el hecho de que siendo enorme la cantidad de personas que hay en el mundo, cada una tiene su propia fisonomía. Pero nosotros acabamos de comprobar que, si el rostro humano se caracterizara solamente por nueve rasgos, que permitieran cada uno nada más que cuatro variantes, podrían existir más de 260 000 caras diferentes. Sin embargo, los rasgos característicos del rostro humano son en realidad más de nueve y pueden variar por más de cuatro procedimientos. Así, si los rasgos son 20 y cada uno varía de 10 modos, tendremos 10 * 10 *...* 10 * 10 ... (20 factores), es decir, 102 ó 100 000 000 000 000 000 000 de caras distintas. Esta cantidad es muchas veces mayor que el número de personas que hay en todo el mundo.

6. Las hojas del árbol

No sólo una casa grande, sino hasta una ciudad no muy grande se podría rodear con las hojas puestas en fila de un árbol, porque esta fila se extendería... ¡unos doce kilómetros! Efectivamente, un árbol viejo no tiene menos de 200-300 mil hojas. Si admitimos que sean 250 mil y consideramos que cada hoja tiene 5 cm de anchura, la fila que se obtiene tendrá 1 250 000 cm de longitud, o sea, 12 500 m ó 121/a kilómetros.

7. En el ábaco

25 rublos se pueden marcar en el ábaco con 25 bolas, del modo siguiente:

[2] Vladimir Vsévolodovich Monomaj (1053-11125) Gran Príncipe de Kiev. (N. del Tr.)

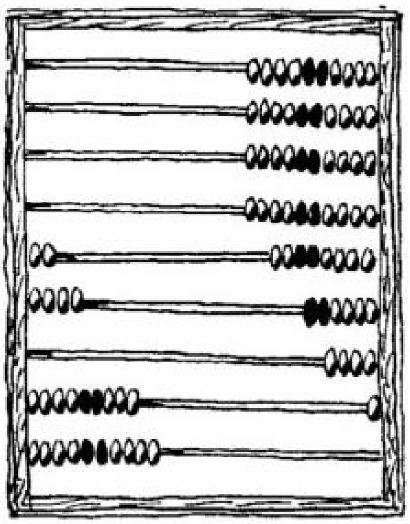

Figura 219

En efecto, aquí se han marcado 20 rublos + 4 rublos + 90 copeikas + 10 copeikas = 25 rublos.
Y el número total de bolas es: 2 + 4 + 9 + 10 = 25.

8. Un millón de pasos
Un millón de pasos son mucho más de 10 km, incluso más de 100 km. Si la longitud de un paso es aproximadamente igual a 3/4 de metro, 100 000 pasos serán 750 km. Y como de Moscú a Leningrado sólo hay 640 km, si usted da un millón de pasos desde Moscú, se alejará más que la distancia que hay desde esta ciudad a Leningrado.

9. El metro cúbico
Las dos respuestas distan mucho de ser ciertas, porque la columna resultaría ser 100 veces más alta que la montaña más alta de la Tierra. En efecto, en un metro cúbico hay 1000 * 1000 * 1000, o sea, un millar de millones de milímetros cúbicos. Puestos unos encima de otros, estos milímetros cúbicos formarían una columna de 1 000 000 000 mm de altura, es decir, de 1 000 000 m ó 1000 km.

10. ¿Quién contó más?
Las dos contaron el mismo número de transeúntes. Efectivamente, aunque la que estaba en la puerta contó los transeúntes que pasaban en ambos sentidos, la que iba y venía por la acera vio doble número.